

Predição do coeficiente de expansão térmica do óleo de gergelim (*Sesamum indicum* L.) através da aplicação de regressão linear

Prediction of the thermal expansion coefficient of sesame oil (*Sesamum indicum* L.) by applying linear regression

César Augusto Canciam

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Ponta Grossa

canciam@utfpr.edu.br

Resumo – O estudo da dilatação térmica em líquidos é feito somente em relação à dilatação volumétrica, sendo importante o conhecimento do coeficiente de expansão térmica. O objetivo deste trabalho é apresentar a aplicação de uma modelagem matemática na predição do coeficiente de expansão térmica do óleo de gergelim a partir de dados experimentais de densidade em função da temperatura. O valor obtido foi de $7,46 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ com coeficiente de correlação igual a 0,9999. Embora não tenha sido encontrado um valor experimental reportado na literatura, o valor obtido neste trabalho apresentou-se bem próximo a outros óleos vegetais.

Palavras-chave – Modelagem matemática. Coeficiente de expansão térmica. Óleo de gergelim.

Abstract – The study of the thermal dilation in liquids is only made in relation to the volumetric dilation, but it is also important to know the thermal expansion coefficient. The aim of this study was to apply mathematical modeling to predict the thermal expansion coefficient of sesame oil from experimental data of density as a function of temperature. The value obtained was $7.46 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ with a correlation coefficient same to 0.9999. Although it has been found no experimental value, the value obtained in this study came very close to the other vegetable oils.

Keywords – Mathematical modeling. Thermal expansion coefficient. Sesame oil.

I INTRODUÇÃO

Cada material reage diferentemente a uma variação de temperatura. Alguns materiais apresentam uma grande variação nas suas dimensões com o aumento da temperatura,

enquanto que outros praticamente não mudam suas dimensões (CABRAL; LAGO, 2002).

Os líquidos, ao contrário dos sólidos, apresentam somente o volume definido; enquanto que os sólidos, a forma própria e o volume definido. Dessa forma, o estudo da dilatação térmica em líquidos é feito somente em relação à dilatação volumétrica, sendo por isso, importante o conhecimento do coeficiente de expansão térmica para os líquidos (CARRON; GUIMARÃES, 1997).

O coeficiente de expansão térmica (β), também chamado de coeficiente de expansão volumétrica ou expansividade volumétrica, indica a variação de volume (V) provocada pela variação da temperatura (T) enquanto a pressão (P) permanece constante, sendo definido como (SONNTAG *et al.*, 1998):

$$\beta = (1/V) \cdot \frac{\partial V}{\partial T} \quad (1)$$

O coeficiente de expansão térmica, a capacidade calorífica e a condutividade térmica são considerados como propriedades térmicas dos materiais, pois estão relacionados com a resposta ou reação dos materiais à aplicação de calor (CALLISTER, 2002).

O coeficiente de expansão térmica é uma propriedade termodinâmica que fornece uma



medida da variação da densidade em resposta a uma mudança na temperatura, sob uma condição de pressão constante, sendo utilizada quando se trata de convecção livre ou natural, que influencia, por exemplo, a transferência de calor em tubulações (INCROPERA; DEWITT, 1998).

O conhecimento do coeficiente de expansão térmica de um fluido permite, entre outros, o cálculo do número de Grashof (Gr) (que indica a razão entre a força de empuxo e a força viscosa que atuam no fluido), onde desempenha papel importante quando se trata de convecção natural (INCROPERA; DEWITT, 1998).

O gergelim (*Sesamum indicum* L.) é uma cultura de clima quente, originário da Índia e cultivado, atualmente, em quase todos os países do mundo com a finalidade principal de extração de óleo, dado ao seu largo emprego na indústria, na medicina e na alimentação. O óleo de gergelim é muito rico em ácidos graxos insaturados, como oléico e linoleico, e apresenta vários constituintes secundários que são importantíssimos na definição de suas qualidades. Entre os constituintes minoritários do óleo de gergelim, encontram-se o sesamol, a sesamina e a sesamolina. O sesamol por suas propriedades antioxidantes confere ao óleo uma elevada estabilidade química, evitando a rancificação, sendo dentre os demais, o que apresenta a maior resistência à oxidação. Devido à sua alta estabilidade oxidativa, o óleo de gergelim tem sido adicionado às margarinas e aos óleos para salada e fritura (BARROS *et al.*, 2001).

Outra característica peculiar do óleo de gergelim é sua função de ativador de certas substâncias inseticidas, como a rotenona e a piretrina, entre outras, cujos efeitos tóxicos são aumentados em presença do óleo de gergelim. Esta propriedade não foi encontrada em nenhum outro óleo, sendo atribuída principalmente devido à presença de sesamina (BARROS *et al.*, 2001).

Barros *et al.* (2007) comentam da possibilidade da utilização do óleo de gergelim na produção de biodiesel.

A modelagem matemática é um processo dinâmico, onde a partir de um problema real, associado a um conjunto de hipóteses, é obtido um modelo, que forneça possíveis soluções para o problema (FERRUZZI *et al.*, 2004). Consiste, dessa forma, em transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, permitindo a realização de previsões e tendências (BASSANEZI, 2002).

Os modelos matemáticos têm sido usados durante toda a história da Matemática, entretanto, no início das últimas duas décadas do século XIX que sua utilização se difundiu na comunidade científica, dando origem a aplicações e estudos em diferentes áreas do conhecimento (BASSANEZI, 2002).

Para se elaborar e aplicar um modelo, é necessário que o modelador tenha um bom conhecimento matemático e uma boa dose de intuição e criatividade. O conhecimento matemático apurado aliado à experiência e criatividade do modelador colabora para que este tenha uma visão mais ampla da tendência dos dados, e consiga visualizar, mesmo que superficialmente, possíveis soluções para o problema em estudo (FERRUZZI, 2003).

Como método de pesquisa, Ferruzzi *et al.* (2004) sugerem que a modelagem matemática siga as seguintes etapas:

- 1) Definição do problema: a partir de uma situação, primeiramente é identificado o problema a ser estudado, para depois, obter dados necessários para sua solução;
- 2) Simplificação e formulação de hipóteses: os dados são examinados e selecionados de modo que preservem as características do problema;
- 3) Dedução do modelo matemático: nesta fase, a linguagem em que se encontra o problema é substituída por uma linguagem matemática coerente;

4) Resolução do problema matemático: utilizando os recursos matemáticos, procura-se uma solução para o problema matemático formulado;

5) Validação: os dados reais são comparados com os dados fornecidos pelo modelo. Caso o modelo não seja válido, deve-se retomar a formulação de hipóteses e simplificações e reiniciar o processo;

6) Aplicação do modelo: caso seja considerado válido, o modelo é utilizado para compreender, explicar, analisar, prever ou decidir sobre a realidade em estudo. Nesta fase é possível intervir, exercitar e manejar situações associadas ao problema.

Essa sequência de procedimentos é norteadora, não representando uma prescrição rigorosa (FERRUZZI *et al.*, 2004).

O objetivo deste trabalho é apresentar a aplicação de uma modelagem matemática na predição do coeficiente de expansão térmica para o óleo de gergelim.

II DESENVOLVIMENTO

Esta seção será dividida em três partes: dedução do modelo matemático, resolução do problema matemático e validação do modelo matemático

II.1. DEDUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

O sistema termodinâmico mais simples consiste em uma massa constante de um fluido isotrópico, sem reações químicas ou campos externos. Tal sistema pode ser descrito em termos de três coordenadas mensuráveis: pressão (P), volume (V) e temperatura (T). Desta maneira, pode-se caracterizar como um sistema PVT. Entretanto, dados experimentais mostram que estas três coordenadas não são totalmente independentes, uma vez que ao fixar duas delas quaisquer, determina-se a terceira. Dessa forma, deve existir uma Equação de Estado que relacione estas três coordenadas para estados de equilíbrio. Esta equação pode ser expressa na

forma funcional da equação 2 (SMITH; VAN NESS, 1985):

$$f(P, V, T) = 0 \quad (2)$$

A relação existente entre pressão, temperatura e volume pode ser visualizada através de uma superfície referida aos eixos triortogonais (P,V,T), representando a função $f(P, V, T)$, indicada pela equação 2 e que descreve o comportamento da substância sob o ponto de vista de sua compressibilidade (VIEIRA, 1971).

Uma Equação de Estado pode ser resolvida, explicitamente, com qualquer uma das três coordenadas expressa em função das outras duas. Assim, escrevendo o volume em função da pressão e da temperatura e derivando esta expressão, tem-se (SMITH; VAN NESS, 1985):

$$dV = \frac{\partial V}{\partial T} dT + \frac{\partial V}{\partial P} dP \quad (3)$$

As derivadas parciais indicadas na equação 3 têm significados físicos definidos. Considerando a definição do coeficiente de expansão térmica (β), representada pela equação 1 e a definição de compressibilidade isotérmica (κ), indicada por:

$$\kappa = (-1/V) \cdot \frac{\partial V}{\partial P} \quad (4)$$

A combinação das equações 1, 3 e 4 leva à relação (SMITH; VAN NESS, 1985):

$$\frac{dV}{V} = \beta \cdot dT - \kappa \cdot dP \quad (5)$$

Segundo Schmidt *et al.* (2001), a compressibilidade isotérmica (κ) e o coeficiente de expansão térmica (β) são propriedades particularmente úteis quando se trabalha com substâncias na fase líquida ou sólida. Nos casos de líquidos reais, o coeficiente de expansão térmica e a compressibilidade isotérmica são funções pouco sensíveis da temperatura e pressão. Dessa forma, sendo pequenas as variações de temperatura e pressão, introduz-se um pequeno erro se forem tomados como constantes.

Assim, a equação 5 pode ser integrada, resultando em:

$$\ln(V/V_0) = \beta.(T-T_0) - \kappa.(P-P_0) \quad (6)$$

onde: V, T e P são, respectivamente, volume, temperatura e pressão finais e V₀, T₀ e P₀ são, respectivamente, volume, temperatura e pressão iniciais (SMITH; VAN NESS, 1985).

No caso onde a pressão é constante, ou seja, a pressão final igual à pressão inicial, a equação 6 fica reduzida a:

$$\ln(V/V_0) = \beta.(T-T_0) \quad (7)$$

A grandeza densidade corresponde à razão da massa pelo volume em que ocupa (LEWIS, 1993). Considerando que a massa permanece constante com a variação de temperatura, a equação 7 pode ser escrita na forma de:

$$\ln(d_0/d) = \beta.(T-T_0) \quad (8)$$

onde: d₀ e d representam, respectivamente, a densidade na temperatura T₀ e a densidade na temperatura T.

Uma função afim, tradicionalmente, é apresentada na forma de (LOPES, 2004):

$$y = a.x + b \quad (9)$$

onde o coeficiente **a** representa a variação de **y** (variável dependente) quando **x** (variável independente) varia de uma unidade.

Comparando as equações 8 e 9, pode-se observar que o coeficiente de expansão térmica (**β**) representa a variação de **ln(d₀/d)** quando **(T-T₀)** varia de uma unidade.

Segundo Lopes (2004), na equação 9, quando o termo **b** é igual a zero, a função afim torna-se um caso particular de uma função linear.

Dessa forma, o gráfico de **ln(d₀/d)** versus **(T-T₀)** fornece uma reta, onde o coeficiente angular dessa reta corresponde, numericamente, ao coeficiente de expansão térmica (**β**).

II.2. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA MATEMÁTICO

Utilizando a equação 8, para se obter o coeficiente de expansão térmica é necessário conhecer dados amostrais da densidade em função da temperatura.

Lewis (1993) fornece dados experimentais da densidade do óleo de gergelim em função da temperatura. Estes dados citados foram obtidos do trabalho de Tschubik e Maslow (1973).

A Tabela 1 indica os dados experimentais da densidade do óleo de gergelim em função da temperatura.

Tabela 1
EFEITO DA TEMPERATURA SOBRE A DENSIDADE DO ÓLEO DE GERGELIM

T (°C)	d (kg/m ³)
-20	946
-10	939
0	932
10	925
20	918
40	905
60	891
80	878

Fonte: LEWIS, 1993.

De acordo com Triola (1999), se há, de alguma forma, uma relação entre duas variáveis, determina-se que existe uma correlação. Dessa maneira, a Tabela 1 é indicativa que existe uma correlação entre a densidade e a temperatura, pois, à medida que há um aumento de temperatura, observa-se um decréscimo da densidade.

Uma vez que a equação 8 é uma função linear, sugere-se que existe uma regressão linear entre **ln(d₀/d)** e **(T-T₀)**.

Segundo Triola (1999), dada uma coleção de dados amostrais emparelhados, a equação de regressão **Y = b₀ + b₁.x** descreve a

relação entre as duas variáveis, onde o gráfico da equação de regressão é chamado de reta de regressão.

Dessa forma, adaptando de Triola (1999), o coeficiente de expansão térmica (β) pode ser obtido através da equação 10 (equação de regressão):

$$\beta = \frac{\{n \cdot \sum[(T-T_0) \cdot \ln(d_0/d)]\} - [\sum(T-T_0)] \cdot [\sum \ln(d_0/d)]}{\{n \cdot [\sum(T-T_0)^2] - [\sum(T-T_0)]^2\}} \quad (10)$$

onde n representa o número de dados amostrais emparelhados, que na Tabela 1 corresponde a 8.

Considerando que a temperatura inicial (T_0) é de -20°C e aplicando os dados fornecidos pela Tabela 1 na equação 10, o valor do coeficiente de expansão térmica do óleo de gergelim é de $7,46 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Outra maneira de se encontrar o coeficiente de expansão térmica do óleo de gergelim é aplicar os dados da Tabela 1 em programas computacionais onde se realiza a análise de regressão linear. A calculadora CASIO FX-850P Scientific Library 116, por exemplo, disponibiliza um programa computacional de análise de regressão linear. A análise de regressão linear também pode ser realizada utilizando o Microsoft Office Excel.

A FIG. 1 ilustra o gráfico de $\ln(d_0/d)$ versus $(T-T_0)$ para os dados do óleo de gergelim indicados na Tabela 1.

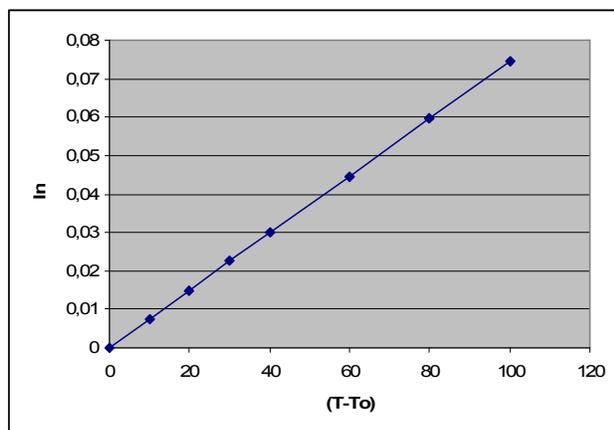


Figura 1. Gráfico $\ln(d_0/d)$ versus $(T-T_0)$

A equação para a reta obtida na FIG.1 equivale a:

$$\ln(d_0/d) = 7,46 \times 10^{-4} \cdot (T-T_0) - 7,14 \times 10^{-7} \quad (11)$$

II.3. VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

O coeficiente de correlação linear (r) mede o grau de relacionamento linear entre os valores emparelhados das variáveis dependente e independente em uma amostra (TRIOLA, 1999). Assim, quanto mais próximo de 1 for o coeficiente de correlação linear, melhor é a “qualidade” do ajuste da função aos pontos do diagrama de dispersão (TOLEDO; OVALLE, 1995).

Adaptando-se de Triola (1999), a equação 11 determina o valor do coeficiente de correlação linear (r) para o modelo matemático desenvolvido.

$$r = \frac{\{n \cdot \sum\{(T-T_0) \cdot [\ln(d_0/d)]\} - [\sum(T-T_0)] \cdot [\sum \ln(d_0/d)]\}}{\{[\sum(T-T_0)] \cdot [\sum \ln(d_0/d)]\} / \{[\sum(T-T_0)^2] - [\sum(T-T_0)]^2\}^{1/2} \cdot \{[n \cdot \sum[\ln(d_0/d)]^2] - [\sum \ln(d_0/d)]^2\}^{1/2}} \quad (12)$$

Utilizando a equação 12, o valor do coeficiente de regressão linear para os dados emparelhados de $\ln(d_0/d)$ e $(T-T_0)$ para o óleo de gergelim é de 0,9999.

Para efeito de comparação, Triola (1999) sugere comparar o valor calculado do coeficiente de regressão linear com o valor crítico do coeficiente de correlação r de Pearson. Se o módulo do valor calculado excede ao valor crítico, pode-se concluir que existe uma correlação linear significativa. Em caso contrário, não há evidência suficiente para apoiar a existência de uma correlação linear significativa.

Para a modelagem realizada, com uma amostra composta por 8 pares de dados emparelhados e um grau de confiança de 99%, o valor crítico do coeficiente de correlação r de Pearson equivale a 0,834 (TRIOLA, 1999).

Assim, pode-se concluir que para o óleo de gergelim, a correlação linear foi significativa;

e desta forma, valida o modelo matemático encontrado.

Com relação ao valor experimental do coeficiente de expansão térmica para o óleo de gergelim, foi realizada uma pesquisa na literatura e verificou-se a ausência de valor experimental para esse óleo. Foram encontrados valores do coeficiente de expansão térmica para os óleos de algodão e soja, além do azeite de oliva.

Cabral e Lago (2002) indicam o valor de $7,20 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ para o coeficiente de expansão térmica do azeite de oliva. Canciam (2005) indica para o óleo de algodão um valor de $7,4355 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Enquanto que Canciam (2008) indica um valor de $7,4676 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ para o óleo de soja.

Com base nesses valores, pode-se observar que o coeficiente de expansão térmica do óleo de gergelim encontra-se próximo de outros óleos vegetais. A proximidade em termos de valores provavelmente esteja relacionada com as forças intermoleculares estabelecidas.

Usberco e Salvador (1999) comentam que nos óleos vegetais existem as forças de Van der Waals. Essas forças são estabelecidas quando duas moléculas apolares se aproximam e ocorre uma repulsão entre suas nuvens eletrônicas. Essa repulsão provoca um movimento dos elétrons, que vão se acumular numa região da molécula, deixando a região oposta com deficiência de carga negativa, criando-se assim um dipolo induzido.

Segundo Padilha (1997), entre o coeficiente de expansão térmica e a energia de ligação química entre os átomos existe uma boa correlação, onde materiais em que as ligações químicas são fortes apresentam o coeficiente de expansão térmica baixo. Isto porque a dilatação térmica está associada à variação assimétrica da energia (ou força) de ligação com a distância entre os átomos. Ou seja, durante o aquecimento os átomos do material aumentam a frequência e a amplitude de vibração e como as forças de

repulsão são sempre maiores que as de atração, a distância média entre os átomos também aumenta.

Nos óleos vegetais, é comum a interação intermolecular do tipo força de Van der Waals, onde a principal característica é ser uma força intermolecular fraca, pois quando duas moléculas apolares se aproximam ocorre uma repulsão entre suas nuvens eletrônicas (USBERCO; SALVADOR, 1999).

Considerando o óleo de gergelim, se esse tiver um aumento de temperatura de 10°C , o aumento no volume desse óleo é da ordem de 7,5 litros para cada mil litros de óleo de gergelim.

III CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base em alguns conceitos da Termodinâmica e a definição do coeficiente de expansão térmica, foi possível aplicar um modelo matemático que se determina este coeficiente a partir dos dados experimentais da densidade do óleo de gergelim em função da temperatura.

A validação deste modelo foi obtida através da utilização de conceitos associados à correlação e regressão, abordados na Estatística. Com um coeficiente de correlação bem próximo a 1, isto indica uma boa “qualidade” do ajuste da função aos pontos do diagrama de dispersão.

Embora não tenha sido encontrado na literatura disponível um valor experimental para o coeficiente de expansão térmica do óleo de gergelim, com o objetivo de compará-lo com o predito, o valor obtido neste trabalho apresentou-se bem próximo a outros óleos vegetais.

NOMENCLATURA

a = coeficiente angular da reta;

b = coeficiente linear da reta;

b_0 = coeficiente linear da equação de regressão;

b_1 = coeficiente angular da equação de regressão;

d = densidade na temperatura final;
 d_0 = densidade na temperatura inicial;
 f = função;
 Gr = número de Grashof;
 \ln = logaritmo neperiano;
 n = número de dados amostrais;
 P = pressão;
 P_0 = pressão inicial;
 r = coeficiente de correlação linear;
 T = temperatura;
 T_0 = temperatura inicial;
 V = volume;
 V_0 = volume inicial;
 x = variável independente;
 y = variável dependente;
 Y = variável dependente na equação de regressão;
 β = coeficiente de expansão térmica;
 ∂ = derivada parcial;
 Σ = somatório;
 κ = compressibilidade isotérmica.

REFERÊNCIAS

- BARROS, M.A.L.; *et al.* **Importância Econômica e Social**. IN: BELTRÃO, N.E.M.; VIEIRA, D.J. (eds.) **O agronegócio do Gergelim no Brasil**. Brasília: Embrapa Comunicação para Transferência de Tecnologia, 2001. p. 37-57.
- BARROS, A.J.M.; *et al.* Estudo Térmico e Caracterização Físico-Química do Óleo e Biodiesel Etílico de Gergelim. Disponível em <http://www.biodiesel.gov.br/docs/congresso2007/caracterizacao/30.pdf>. Acesso em 13 mar. 2010.
- BASSANEZI, R.C. **Ensino aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002. 154 p.
- CABRAL, F.; LAGO, A. **Física 2**. São Paulo: Harbra, 2002. 516 p.
- CALLISTER, W.D. **Ciência e Engenharia de Materiais: uma introdução**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2002. 450 p.
- CANCIAM, C.A. Predição do coeficiente de expansão térmica do óleo de algodão. **Revista Publicatio UEPG – Ciências Exatas e da Terra, Ciências Agrárias e Engenharias**, v. 11, n. 3, p. 27-31. dez. 2005.
- CANCIAM, C.A. Predição do coeficiente de expansão térmica do óleo de soja (*Glicine max*). **Revista Tecnológica**, v. 17, p. 13-18. 2008.
- CARRON, W.; GUIMARÃES, O. **As Faces da Física**. São Paulo: Moderna, 1997. 672 p.
- FERRUZZI, E.C. **A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia**. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003. 161 p.
- FERRUZZI, E.C.; *et al.* Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem nos cursos superiores de Tecnologia. **World Congress on Engineering and Technology Education**, p. 1354-1358, 2004. Disponível em: http://ensino.univates.br/~chaet/Materiais/Modelagem_Mat_Eng.pdf. Acesso em: 12 mar. 2010.
- INCROPERA, F.P.; DEWITT, D.P. **Fundamentos de transferência de calor e massa**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1998. 494 p.
- LEWIS, M.J. **Propiedades físicas de los alimentos y de los sistemas de procesado**. Zaragoza: Acribia, 1993. 494 p.
- LOPES, J.P. **Fragmentações e aproximações entre matemática e física no contexto escolar: problematizando o conceito de função afim**. Dissertação de mestrado em Educação Científica e Tecnológica - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004. 205 p.

- PADILHA, A.F. **Materiais de Engenharia: microestrutura e propriedades.** São Paulo: Hemus, 1997. 349 p.
- SCHMIDT, F.W.; HENDERSON, R.E.; WOLGEMUTH, C.H. **Introdução às Ciências Térmicas: Termodinâmica, Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor.** São Paulo: Edgard Blücher, 2001. 461 p.
- SMITH, J.M.; VAN NESS, H.C. **Introdução à Termodinâmica da Engenharia Química.** Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1985. 593 p.
- SONNTAG, R.E.; BORGNACKE, C.; VAN WYLEN, G.J. **Fundamentos da Termodinâmica.** São Paulo: Edgard Blücher, 1998. 537 p.
- TOLEDO, G.L.; OVALLE, I.I. **Estatística Básica.** São Paulo: Atlas, 1995. 459 p.
- TRIOLA, M.F. **Introdução à Estatística.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1999. 410 p.
- TSCHUBIK, I.A.; MASLOW, A.M. **Wärmephysikalische Konstanten von Lebensmitteln und Halbfabrikaten.** Leipzig: VEB Fachbuchverlag, 1973. 628 p.
- USBERCO, J.; SALVADOR, E. **Química.** São Paulo: Saraiva, 1999. 607 p.
- VIEIRA, R.C.C. **Atlas de Mecânica dos fluidos.** São Paulo: Edgard Blücher, 1971. 133 p.